Statistiek KW/MBW

(deel 1; eerste herkansing)

Afdeling: Propedeuse KW/MBW 2019

Examinatoren: Dr. J.M. Jansen; Dr. P.G. Miedema

Datum: 14 juni 2019

1. Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.

2. Alle antwoorden dienen afgerond te worden op *vier* decimalen, tenzij anders vermeld.

3. Uitsluitend tijdens de tentamenzitting verstrekte formulebladen en tabellen mogen

geraadpleegd worden.

4. De aanwezigheid van *communicatieapparatuur* is niet toegestaan.

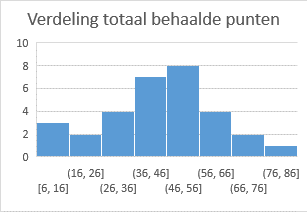
5. Het gebruik van een (grafische) rekenmachine met statistische programmatuur en het

raadplegen van de bijbehorende handleiding is toegestaan. Het *statistische* gebruik van deze

rekenmachine is bij een aantal onderdelen ingeperkt. Let op de aanwijzingen! Het

programmeerbare deel mag geen informatie bevatten, die betrekking heeft op de collegestof.

6. De opgaven dienen na afloop van het tentamen ingeleverd te worden.



Dit tentamen telt vier opgaven. Punten:

1. a. 4 2. a. 5 3. a. 8 4. a. 4

b. 8 b. 9 b. 12 b. 12

c. 9 c. 9 c. 6

d. 6 d. 8

Score = Totaal{1, 2, 3, 4}/10

**Opgave 1 (63%)**

Met enige regelmaat nemen adelborsten en cadetten in ba-periodes deel aan sportwedstrijden. De decaan van de Faculteit doet onderzoek naar het aantal dagen ba-tijd dat hiermee per academisch jaar gemoeid is.

Voor een willekeurige adelborst of cadet geldt dat dit aantal dagen ba-tijd beschreven kan worden door een kansvariabele , waarvan de kansfunctie gegeven wordt in onderstaande tabel.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0,35 | 0,35 | 0,15 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |

**1a (64%).** De cumulatieve kansfunctie van is de verdelingsfunctie . Bepaal , resp..

De cumulatieve kansfunctie is , (zie opgave). Hiervan kun je een tabel maken:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0,35 | 0,35+0,35=0,70 | 0,70+0,15=0,85 | 0,90 | 0,95 | 1,00 |

Je kunt de gevraagde waarden ook direct uitrekenen:

dus

Voor kun je opmerken dat dat 8 groter is dan de waarden 0 t/m 5 waarvoor de kansen zijn gegeven. Dat betekent dat alle mogelijkheden uit de tabel omvat en dat de kans dat één van die mogelijkheden optreedt de som van alle gegeven kansen is en die is altijd gelijk aan 1, dus

**1b (84%).** Bereken de verwachtingswaarde en de standaarddeviatie van het aantal dagen ba-tijd. Maak hierbij geen gebruik van het statistisch menu van de (grafische) rekenmachine.

De verwachtingswaarde krijg je door elke mogelijke waarde die kan aannemen te vermenigvuldigen met de kans dat die waarde optreedt en al die producten op te tellen. In formule:

Voor de standaarddeviatie geldt

De laatste vorm is het handigst voor berekening met de hand:

dus

**1c (68%).** Op de locaties Breda en Den Helder bevinden zich op dit moment 70 adelborsten en cadetten KW/MBW in de GOO-fase. Hoe groot is de kans dat deze groep op jaarbasis meer dan 100 dagen aan sportwedstrijden besteedt? Creëer een variabele en maak gebruik van een *geschikte benadering*.

is de kansvariabele die het totale aantal ba-dagen van de 70 studenten beschrijft. Voor één student is de kansverdeling voor het aantal ba-dagen gegeven, maar voor 70 cadetten/adelborsten heb je te maken met een samengestelde kansfunctie waarbij het totale aantal dagen varieert tussen 70·0 = 0 met kans en 70·5 = 350 met kans . Het uitrekenen van alle kansen daartussen is lastig, maar gelukkig hoeft dat niet. Je kunt gebruik maken van de **wet van de grote aantallen** die zegt dat het gemiddelde van een groot aantal getallen dat getrokken wordt uit één **willekeurige** kansverdeling met gemiddelde en standaarddeviatie zich in goede benadering gedraagt als een **normale** verdeling met hetzelfde gemiddelde en standaarddeviatie , dus . De som van de waarden is het aantal (70) keer het gemiddelde, dus het totale aantal dagen van de 70 studenten.

Als de kansvariabele met 70 wordt vermenigvuldigd wordt met 70 vermenigvuldigd en met (rekenregels). De verdeling van het totaal aantal ba-dagen van 70 studenten is dus

De gevraagde kans is uit te rekenen met tabel

of met GR:

**Let op**: In de normale verdeling gebruik je vanwege de continuïteitscorrectie!

Een adelborst of cadet, die toestemming krijgt om deel te nemen aan een 1-dags sportevenement, is daar in de praktijk 4 tot 16 uur mee bezig. De hiermee gemoeide tijd kan beschreven worden via een continue kansvariabele , waarvan de kansdichtheidsfunctie gegeven wordt door:

**1d (26%).** Bereken de verwachtingswaarde van .

De verwachtingswaarde is

**Opgave 2 (44%)**

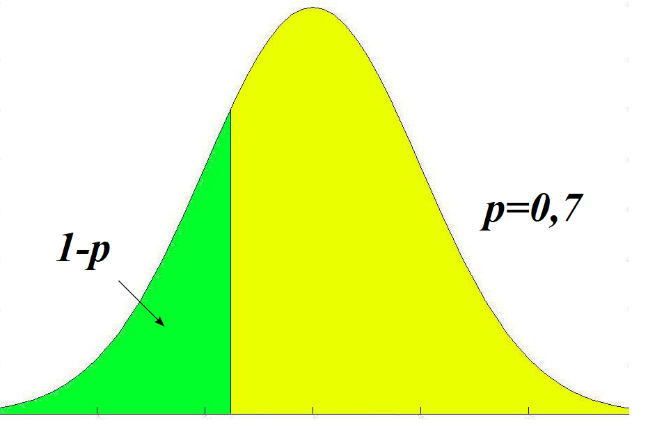
Bij de voorbereiding van de jaarlijkse A&C/C&A wedstrijden wordt besloten om het onderdeel speerwerpen op het programma te plaatsen. Veronderstel dat een worp met een speer beschouwd mag worden als een trekking uit een normale verdeling. Voor (mannelijke) adelborsten is dat een normaal verdeelde variabele met μ = 64,8 meter en s = 4,8 meter. Voor (mannelijke) cadetten betreft het een normaal verdeelde variabele met μ = 66,3 meter en s = 1,4 meter.

**2a(68%).** C-KIM beweert dat 70% van de door adelborsten verrichte worpen verder dan 60 meter reiken. Ga na dat deze uitspraak niet juist is. Bereken vervolgens de juiste grootte van de door C-KIM genoemde 70%-grens.

De kans dat een (mannelijke) adelborst verder dan 60m werpt is

Dit betekent dat 84,1% van de adelborsten verder gooit dat 60 meter.

Bij welke afstand gooit precies 60% van de adelborsten verder? Dus wanneer is



Deze waarde kan worden berekend met invnorm, maar die lost op

Om x te vinden moet je dus de **linker**overschrijdingskans 1-0,7 = 0,3 gebruiken:

Een team van vier adelborsten en een team van vier cadetten gaan de strijd met elkaar aan. Iedere adelborst en iedere cadet verricht één worp. Het team met het hoogste gemiddelde wint het onderdeel speerwerpen.

**2b (62%)**. Hoe groot is de kans dat de cadetten gemiddeld meer dan 67,5 meter werpen?

Het gemiddelde van de vier cadetten is verdeeld volgens

De gevraagde kans is

**2c (12%)**. Hoe groot is de kans dat de adelborsten het onderdeel speerwerpen winnen?

Het gemiddelde van de vier adelborsten min het gemiddelde van vier cadetten is verdeeld volgens .

De gevraagde kans is

**Opgave 3 (26%)**

Van een uit 20 stuks bestaande partij onderdelen vertonen 4 onderdelen direct na gebruik defecten.

**3a. (22%)** Voor een kortdurende militaire oefening zijn minstens 4 functionerende onderdelen benodigd. Men besluit 5 *zonder* teruglegging gekozen onderdelen uit genoemde partij mee te nemen. Bereken de kans dat de oefening wat betreft het gebruik van dit onderdeel zonder problemen verloopt.

De kansverdeling die keuzes zonder terugleggen beschrijft is de hypergeometrische verdeling. Je Je neemt 5 onderdelen mee, de oefening verloopt zonder problemen als er bij die 5 onderdelen minstens 4 functionerende zitten, dus 4 of 5

Een grote partij onderdelen heeft de eigenschap dat 20% van die onderdelen direct na gebruik defecten vertoont.

**3b. (28%)** Voor een wat langer durende militaire oefening heeft men minstens 20 functionerende onderdelen nodig. Men besluit daarom 25 onderdelen mee te nemen. Veronderstel dat dit aantal trekkingen klein is in verhouding tot de omvang van de totale partij. Bereken opnieuw de kans dat de oefening wat betreft het gebruik van dit onderdeel zonder problemen verloopt. Maak hierbij gebruik van een *geschikte benadering*. Vergelijk het gevonden antwoord met het *exacte* antwoord.

Omdat de 25 onderdelen die mee worden genomen een klein aantal is t.o.v. de totale partij mag worden aangenomen dat het foutpercentage van 20% niet verandert door het “trekken” van de onderdelen. Daardoor is het eigenlijk trekken met terugleggen geworden en kun je de binomiale verdeling gebruiken. is het aantal defecte onderdelen: . Je moet uitrekenen

**Benadering:** Een trekking van 25 uit een binomiale verdeling kun je zien als 25 keer een trekking van 1 uit een binomiale verdeling (waarvoor en . Bij benadering geldt dan een normale verdeling met en

**Opgave 4 (40%)**

Op een kleine luchthaven is slechts één security doorgang. Het aantal passagiers, dat zich per minuut bij de security meldt, kan worden beschreven met een Poisson verdeling met μ = 4.

De security doorgang heeft een capaciteit met grootte , d.w.z. als zich per minuut meer passagiers melden, dan ontstaan er problemen bij de afhandeling van passagiers en hun bagage.

**4a.(60%)** Hoe groot is de kans dat zich gedurende een zekere minuut meer dan 5 passagiers melden?

**4b. (58%)** Hoe groot is de kans dat zich gedurende een uur meer dan 250 passagiers melden? Maak gebruik van een *geschikte benadering*. Vergelijk het gevonden antwoord met het *exacte* antwoord.

Een uur bestaat uit 60 minuten en per minuut geldt een Poissonverdeling met gemiddeld μ = 4 passagiers per minuut. Voor de Poissonverdeling geldt dat . Voor een uur moet je de samengestelde verdeling van 60 van deze verdelingen nemen. Volgens de wet van de grote aantallen geldt dat het **gemiddelde** van 60 verdelingen zich bij benadering gedraagt als . De som van de 60 verdelingen gedraagt zich dus als .

**Exact antwoord**: In één uur is het gemiddeld aantal passagiers 60⋅4 = 240, dus de kans dat er meer dan 250 passagiers komen is

**4c.(20%)** De grootte van de capaciteit kan worden bepaald op basis van de eis dat de kans op problemen bij de afhandeling van passagiers en bagage hoogstens gelijk mag zijn aan 0,01. Hoe groot is de capaciteit g?

De capaciteit g is het (kleinste!) getal waarvoor geldt: , ofwel

, ofwel .

Met tabel C5 vind je dan dat .

**4d. (19%)** Hoe groot is de kans dat het tijdsinterval tussen twee bij de security arriverende passagiers meer dan 15 seconden, maar minder dan 30 seconden bedraagt? Maak gebruik van de *exponentiële verdeling*.

De tijd tussen twee passagiers wordt beschreven door exp(4), waarbij de tijd in minuten is